ISSN 2181-371X
SJIF 2023: 5.305 VOLUME 2 ISSUE 14
INNOVATIONS IN TECHNOLOGY AND SCIENCE EDUCATION

ЭКСПЕРИМЕНТАЛ БЕРИЛГАНЛАРНИ ҚАЙТА ИШЛАШНИНГ ИНТЕРВАЛ БЎЛАКЛАШ АЛГОРИТМИ

Абдухалилов Шохрух
Навоий шаҳар Президент мактаби
e-mail: shohrux.abduxalilov.14@gmail.com

Аннотация. Маълумки, математик моделлаштиришнинг кўпгина амалий масалаларини ечишда параметрларнинг қийматлари маълум амплитудада тебраниб, бир қийматли аниқланмаган ҳолатлар кўп учрайди. Бундай ҳолларда детерминалланмаган параметрлар билан ишловчи эҳтимолли-статистик усуллар, норавшан тўпламлар назарияси ва интервал усулларидан фойдаланилади. Ушбу мақолада экспериментал берилганлар асосида функционал боғланишни қуриш ва ушбу мақсад функциясини интервал бруслар асосида оптималлаштириш алгоритми ишлаб чиқилган. Таклиф этилаётган алгоритм бошқа мавжуд алгоритмлардан самарали эканлиги асосланган.

Калит сўзлар: интервал анализ, экспериментал берилганлар, интервал брус, интервал алгоритм.

Аннотация. Известно, что при решении многих практических задач математического моделирования значения параметров колеблются с определенной амплитудой, т.е параметры имеют некоторые неопределенности. В таких случаях обычно используются работающие с недетерминированными параметрами, таких подходов как вероятностно-статистические методы, теория нечетких множеств и интервальные методы. В данной статье разработан алгоритм построения функциональной зависимости на основе экспериментальных данных и оптимизации этой целевой функции на основе интервальных брусов. Доказано, что предложенный алгоритм более эффективен, чем другие существующие алгоритмы.

Ключевые слова: интервальный анализ, экспериментальные данные, интервальный брус, интервальный алгоритм.

Abstract. It is known that when solving many practical problems of mathematical modeling, the parameter values fluctuate with a certain amplitude, that is, the parameters have some uncertainties. In such cases, approaches that work with non-deterministic parameters are usually used, such as probabilistic statistical methods, fuzzy set theory and interval methods. This article develops an algorithm for constructing a functional relationship based on experimental data and optimizing this objective function based on interval bars. The proposed algorithm is proven to be more efficient than other existing algorithms.

Key words: interval analysis, experimental data, interval beam, interval algorithm.

1. Кириш. Муҳандислик фанларида параметрларни баҳолаш, боғлиқликларни қуриш ва амалий ҳисоблаш фанларида модель параметрларини аппроксимациялаш бир хил маънони англатади. Маълум сондаги экспериментал (тажрибавий) берилганлар асосида номаълум параметрларнинг қийматларини баҳолаш - тескари масала деб аталувчи масалани характерлайди.

2. Масаланинг қўйилиши.

Одатда бундай масалалар қуйидагича формаллаштирилади:

Берилган:

- N та экспериментлар натижалари $y_1, y_2, \ldots, y_N$.
- Унга мос кирувчи ўзгарувчи x нинг N та қиймати: $x_1, x_2, \ldots, x_N$.
- p та номаълум параметрлар $a_1, a_2, \ldots, a_p$, бунда $p < N$.
- Математик модели $f(x, y, a) = 0$, бу ерда a - вектор $(a_1, a_2, \ldots, a_p)$.

Топиш керак: берилганларга мос $a_1, a_2, \ldots, a_p$ параметрлар қийматларини.

3. Методлар.

Уни ечишнинг $f(x, y, a)$ муносабат ўзида $y = f(x, a)$ функцияни ифодалайдиган кўпгина стандарт ёндашувлари мавжуд. Уларнинг ичида кўп қўлланиладиганлари – бу энг кичик квадратлар усули, энг кичик модуллар усули ва максимал энтропия усулларидир. Уларнинг барчаси танлаб олинган функция ёрдамида глобал (абсолют) минимумни топишга асосланган. Биз бу функцияни минимумга эриштирувчи параметрлар жамланмасини топишга ҳаракат қиламиз. Маълумки, якуний натижа функциянинг шаклига боғлиқ бўлади.

Энди айни шу масалага интервал ёндашувни қўллашга ҳаракат қиламиз. Минималлаштириш процедурасини "шартни қаноатлантириш" масаласини ечишга алмаштирамиз, чунки интервал усулларни тадбиқ қилган кўп ҳолларда шундай ечимлар топиладики, биз бу ечимлар ҳақиқий ечимларни ичида сақлайдиган соҳалар дея эътироф этамиз. Шунинг учун, номаълум ҳақиқий қийматларни ўз ичида сақловчи x ва y нинг барча қийматларини интервал қийматли деб ҳисоблаймиз.

Биз ушбу мақолада интервал анализ стандарт белгилашларидан [1] фойдаланимиз, яъни интервал параметрлар матнда "қалин" («полужирный») шрифтлар билан ажратиб ифодаланади.

4. Натижалар.

Қаралаётган масала бўйича, хусусий ҳолда $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}$ интервал "тўғри чизиқ" ни қарайдиган бўлсак, у $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ параметрлар жуфти билан аниқланади ва қуйидаги шарт бажарилишини фараз қиламиз:

$$(\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{b}) \cap \boldsymbol{y}_j \neq \varnothing, \qquad j = 1, 2, \ldots, N.$$

Бу геометрик нуқтаи назардан, $\boldsymbol{a}$ бурчак коэффициентли тўғри чизиқнинг $x_j \times y_j \, (j = 1, 2, \ldots, N)$ "аниқмаслик тўғри тўртбурчаги" билан кесишишини англатади. Соф алгебраик терминларда қуйидагича ифодалаймиз:

$$\left((\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{b}) \cap \boldsymbol{y}_j \neq \varnothing\right) \;\Leftrightarrow\; \left(\underline{\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{b}} \leq \overline{\boldsymbol{y}}_j \;\wedge\; \overline{\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{b}} \geq \underline{\boldsymbol{y}}_j\right). \tag{1}$$

Шундай қилиб, берилганлар ва уларнинг ноаниқлиги қандайдир қўшимча фаразларсиз a ва b параметрларнинг мумкин бўлган ҳақиқий қийматларини ичида сақловчи интервалларни аниқлайди. Бу интервалларни топиш учун қуйидаги алгоритмни таклиф қиламиз:

1. Ишни $\boldsymbol{V}=(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ брусдан бошлаймиз. Бу брус ичида (1) нинг барча тенгсизликлари ўринли бўлади, аммо унинг чегараларида бажарилмаслиги мумкин.

2. $\boldsymbol{V}$ бруснинг аниқ нусхасини ифодаловчи $\boldsymbol{V}'$ брусни оламиз ва фақат $\underline{\boldsymbol{ax}_j+\boldsymbol{b}}\le\overline{\boldsymbol{y}}_j$ тенгсизликни олиб, “брусни бўлаклаш” алгоритмини қўллаб янги қийматларни ҳисоблаймиз.

3. Аналог тарзда, $\overline{\boldsymbol{ax}_j+\boldsymbol{b}}\ge\underline{\boldsymbol{y}}_j$ тенгсизлик бажариладиган $\boldsymbol{V}$ бруснинг иккинчи бўлаги $\boldsymbol{V}''$ брусни ҳисоблаймиз.

4. Агар $\boldsymbol{V}'\cap\boldsymbol{V}''\ne\boldsymbol{V}$ бўлса, у ҳолда $\boldsymbol{V}\leftarrow\boldsymbol{V}'\cap\boldsymbol{V}''$ ва 2-қадамга ўтамиз, акс ҳолда тўхтатамиз.

Ушбу алгоритмдаги охирги қадам интервал ҳисоблашларда кўп қўлланиладиган ва жуда муҳим қоидани ифодалайди: агар натижа биттадан кўп усулда олинган бўлса, у ҳолда уларнинг барчасидан фойдаланиш ва олинган ечим интервалларнинг кесишмасини топиш зарур. Бу қадамда айрим ҳолларда $\boldsymbol{V}'\cap\boldsymbol{V}''$ кесишма бўш бўлиши ҳам мумкин. Агар шундай ҳолат рўй берса, дастлабки брус $\boldsymbol{V}$ да ечим йўқ эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Энди брусни бўлаклаш алгоритмини тузамиз:

1: ***begin***
2: $\zeta \leftarrow 1 \qquad /*\zeta \leftarrow 0*/$
3: $k \leftarrow 1$
4: ***for*** $(i = 1..p)$
5: $\zeta \leftarrow \zeta / 2 \qquad /*\, \zeta \leftarrow (1+\zeta)/2 \,*/$
6: $k \leftarrow k+1$
7: $\boldsymbol{V}' \leftarrow \boldsymbol{a}_1 \times \boldsymbol{a}_2 \times \ldots \times [\underline{a}_j, \underline{a}_j + \zeta(\overline{a}_j - \underline{a}_j)] \times \ldots \times \boldsymbol{a}_p$
$/*\, \boldsymbol{V}' \leftarrow \boldsymbol{a}_1 \times \boldsymbol{a}_2 \times \ldots \times [\underline{a}_j + \zeta(\overline{a}_j - \underline{a}_j), \overline{a}_j)] \times \ldots \times \boldsymbol{a}_p \,*/$
8: ***Repeat*** *succes* $\leftarrow H$ ($\boldsymbol{V}'$*da barcha shartlar bajariladi*)
9: ***if*** *succes* ***then***
10: $\boldsymbol{V} \leftarrow \boldsymbol{V} \setminus \boldsymbol{V}'$
11: ***end if***
12: ***until*** *H (succes yoki* $k > M$*)*
13: ***end for***

Алгоритм. Брусни бўлаклаш алгоритми.

Келтирилган псевдокод чапдан кесишиш фазасини тасвирлайди. Ўнгдан кесишиш 2, 5 ва 7 (“/*” ва “*/” белгилар ичида жойлашган) сатрларни алмаштириш натижасида ҳосил қилинади. Демак, **Алгоритм**да ихтиёрий тартибли брусга қўлланиладиган, бир вақтнинг ўзида ҳам чапдан, ҳам ўнгдан кесишиш тўлиқ алгоритми келтирилган деб ҳисоблашимиз мумкин.

Псевдокодда қўлланилган M сон ҳисоблаш машинасида ҳисоблаш доирасида қўлланиладиган сузиб юрувчи нуқтали (русчасига, число с плавающей точкой) сонни тасвирлашда битлар сонини беради. Масалан, шахсий компьютерларнинг $g77$ ёки gcc компиляторларида бир карра аниқликдаги сон учун $M = 25$ бўлса, икки карра аниқликдаги сонлар учун $M = 57$ бўлади (бир ва икки каррали аниқлик деганда, ЭҲМда сонни тасвирлаш мумкин бўлган мантисса узунлиги назарда тутилмоқда). *Succes* идентификатор эса мантиқий типли ўзгарувчидир.

5. Муҳокама.

Шунга эътибор қаратиш керакки, юқорида келтирилган процедура мумкин бўлган ечимлар тўпламининг интервал қобиғини ҳисоблайди, лекин ундаги ҳар қандай нуқта ҳам масаланинг ечими бўла олмаслиги мумкин. Бошқа томондан, натижавий бруснинг чегараларида жойлашган нуқталарнинг бирортаси ҳам қўйилган шартларни қаноатлантирмайди. Алгоритм иши натижасини график тасвирлаш бўйича [2], [3] ишларга мурожаат қилиш мумкин.

Ушбу ишда илгари сурилган ғоя - [4], [5] ишларда келтирилган ғояга яқин бўлса ҳам, уларга нисбатан анча самаралидир. Биз энг кичик квадратлар усулининг интервал варианти ([4] даги каби) ўрнига, нисбатан кучли ва эркин ёндашув алгоритмини қурдик.

Шунга қарамай, бизнинг таклиф қилаётган алгоритмимиз ҳам баъзи камчиликлардан ҳоли эмас:

●изланаётган параметрлар орасидаги корреляция йўқолади;

●олинган интервал баҳонинг ишончли интерваллар ва бошқа статистик баҳолар билан муносабати ҳали тўлиқ ўрганилмаган. Балки, бу масалани ечишда Чебишев тенгсизлиги асосий восита бўлиши мумкин.

Шунингдек, таклиф қилинаётган алгоритм қуйидаги афзалликларга эга:

➢ экспериментал маълумотларни ўлчашдаги хатоларни тақсимлаш функцияси ҳақида ҳеч қандай шарт қўйилмаган;

➢ кирувчи интерваллар кенглиги (тажриба параметрлари аниқмаслиги) қанча катта бўлмасин, натижа доимо турғун;

➢ кирувчи, шунингдек чиқувчи параметрларнинг аниқмаслигининг баҳоси олинади;

➢ кирувчи интерваллар кенглиги қанча катта бўлса ҳам, натижа интерваллар кенглиги етарлича кичик бўлиши мумкин (интервал ҳисоблашларда ечим етарлича кичик интервалларда бўлса, у шунчалик самарали ечим ҳисобланади);

➢ параметрларнинг ҳисоблаш жараёнидаги хатоликлари баҳоси автоматик тарзда олинади, яъни қўшимча таҳлил талаб қилмайди ва кирувчи берилганларнинганиқмаслигига бевосита боғлиқ бўлади.

6. Хулоса.

Ўтказилган ҳисоблаш эксперименти натижалари шуни кўрсатадики, [3] да келтирилган мисолдаги энг кичик квадратлар интервал усули билан олинган a ва b қийматлар – бизнинг алгоритмимиз билан олинган натижавий брусдан ташқарида ётади. Бундан кўриниб турибдики, бизнинг алгоритм нисбатан самаралидир. Ҳисоблаш эксперименти натижалари маъруза жараёнида келтирилади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Kearfott R.B., Nakao M.T., Neumaier A., Rump S.M., Shary S.P., Hentenryck P. Standardized notation in interval analysis.// Computational technology. 2010. Vol.15, №1. pp. 7–13. http://www.ict.nsc.ru/interval/InteNotation.ps.

2. Gutowski M.W. Interval straight line fitting. – Electronic article: http://arXiv.org/abs/math/0108163.

3. Gutowski M.W. Prosta dostatecznie gruba. – Electronic article: http://pupil.ifpan.edu.pl/~postepy/dodatki/prosta/prosta.pdf.

4. H.T. Nguyen, V. Kreinovich, Chin-Wang Tao. Why 95% and Two Sigma? A Theoretical Justification for an Empirical Measurement Practice. – Electronic article: http://www.cs.utep.edu/vladik/2000/tr00-26a.ps.gz.

5. L. Longpr ´ e, W. Gasarch, G.W. Walster, V. Kreinovich. m Solutions Good, $m-1$ Solutions Better. – Electronic article: http://www.cs.utep.edu/vladik/2000/tr00-40b.ps.gz