KOMBINATORIKADA KO'P QO'LLANILADIGAN USULLAR

Shaxriyor Sobirovich Jalilov

Alfiya Shermuratovna Xudoyberdiyeva

"TIQXMMI" MTUning Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar instituti

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada biz Kombinatorikada tasdiqlarni isbotlashning samarali usullaridan biri bo'lgan matematik induksiya usuli qo'llangan. Bu usulning ketma-ket bajariladigan ikkita qismi bo'lib, ular quyidagi umumiy g'oyaga asoslanadi. Albatta, matematika alohida dunyoqarashga ega. Ma'lumki real obyektlar juda murakkab bo'ladi. Ularni o'rganish uchun modellar yasaladi. Modellarni o'rganish natijasida obyektlarga nisbatan xulosalar chiqariladi.

Kalit so'zlar: Kombinatorik,induksion o'tish,induktiv o'tish,baza,to'plamlar.

Kombinatorikada tasdiqlarni isbotlashning samarali usullaridan biri bo'lgan matematik induksiya usuli ko'p qo'llaniladi. Bu usulning ketma-ket bajariladigan ikkita qismi bo'lib, ular quyidagi umumiy g'oyaga asoslanadi.

Tarif. Faraz qilaylik, isbotlanishi kerak bo'lgan tasdiq birorta xususiy $n = n_0$ qiymat (masalan, $n_0 = 1$) uchun to'g'ri bo'lsin (usulning bu qismi **baza** yoki **asos** deb ataladi). Agar bu tasdiqning istalgan $n = k > n_0$uchun to'g'riligidan uning $n = k + 1$ uchun to'g'riligi kelib chiqsa, u holda tasdiq istalgan natural $n \geq n_0$ son uchun to'g'ri bo'ladi (induksion o'tish yoki induktiv o'tish).

Misol 1. Ixtiyoriy n natural son uchun

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

tenglikning o'rinli bo'lishini matematik induksiya usuli yordamida isbotlaymiz.

Baza: $n = 1$ bo'lsin, u holda yuqoridagi tenglik to'g'ri ekanligi ravshan:$1^2 = \frac{1\cdot(1+1)\cdot(2\cdot1+1)}{6}$.

Induksion o'tish: isbotlanish kerak bo'lgan tenglik $n = k > 1$ uchun to'g'ri, ya'ni

$$1^2 + 2^2 + \cdots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

tenglik o‘rinli bo‘lsin. Bu tenglikning chap va o‘ng tomonlariga $(k+1)^2$ ifodani qo‘shib, uni

$$1^2+2^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2$$

ko‘rinishda yozamiz. Oxirgi tenglikning o‘ng tomonida quyidagicha o‘zgartirishlarni bajaramiz:

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2=(k+1)\left[\frac{k(2k+1)}{6}+(k+1)\right]=\frac{(k+1)[2k(k+2)+3(k+2)]}{6}=\frac{(k+1)[(k+1)+1][2(k+1)+1]}{6}$$

.

Demak,

$$1^2+2^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=\frac{(k+1)[(k+1)+1][2(k+1)+1]}{6}.$$

Oxirgi munosabat isbotlanishi kerak bo‘lgan tenglikning $n=k+1$ bo‘lgan holidir. ■

Shuni ta’kidlash kerakki, biror tasdiqni isbotlash uchun matematik induksiya usuli qo‘llanilganda, bu usulning ikkala qismini ham tekshirib ko‘rish muhimdir, ya’ni baza va induksion o‘tish albatta tekshirilishi shart. Ulardan biri tekshirilmasa noto‘g‘ri natijalar hosil bo‘lishi ham mumkin. Bundan tashqari, baza birorta xususiy qiymatdan boshqa ko‘p, hattoki, juda ko‘p xususiy hollar uchun tekshirilib, ijobiy natija olinganda ham, bu hollarni umumlashtiruvchi natijaviy tasdiq noto‘g‘ri bo‘lib chiqishi mumkin. Bu mulohazalarning o‘rinli ekanligini quyida keltirilgan misollar ko‘rsatadi.

Misol 2. “Ixtiyoriy n natural son uchun n^2+n+17 ifodaning qiymati tub sondir” degan tasdiqni tekshirish maqsadida matematik induksiya usulining faqat baza qismi talabini dastlabki 15 ta natural sonlar uchun bajaramiz.

$n=1$ bo‘lganda $n^2+n+17=1^2+1+17=19$ tub son hosil bo‘ladi. $n=2,3,\ldots,15$ bo‘lganda ham n^2+n+17 ifodaning qiymati sifatida 23, 29, 37, 47, 59, 73, 89, 107, 127, 149, 173, 199, 227 va 257 tub sonlarni hosil qilamiz.

Induksion o‘tishni tekshirmasdan “ixtiyoriy natural n son uchun n^2+n+17 ifodaning qiymati tub sondir” degan xulosa qilish noto‘g‘ridir, chunki, masalan, agar $n=16$ bo’lsa, u holda ifodaning qiymati murakkab sondir:

$$n^2+n+17=16^2+16+17=289=17\cdot 17.$$

Misol 3. Biror n natural son uchun $991n^2+1$ son butun sonning kvadrati bo‘ladimi?

ISSN 2181-2632 www.involta.uz

Bu savolga javob berish uchun, n ning dastlabki o‘n, yuz, ming, million, milliard, hattoki, trillionta qiymatlari uchun $991n^2 + 1$ ifoda tekshirilganda, uning qiymatlaridan birortasi ham butun son kvadrati bo‘lmasligi qayd etilgan. Shunday bo‘lishiga qaramasdanbu tasdiq asosida, induksion o‘tishni bajarmasdan, “ixtiyoriy natural n son uchun $991n^2 + 1$ ifodaning qiymati butun sonning kvadrati bo‘lmaydi” degan xulosa qilish mumkin emas. $991n^2 + 1$ ifodaning qiymati butun sonning kvadrati bo‘ladigan n natural sonning borligi va bunday sonning eng kichigini o‘nli sanoq sistemasida yozganda 29 ta (!) raqam bilan ifodalanishi komp’yuter yordamida aniqlangan.■

Kombinatorikada sodda, o‘z-o‘zidan ravshan bo‘lgan, ammo muhim qoidalar bor. Bunday qoidalar sifatida qo‘shish, ko‘paytirish hamda kiritish va chiqarish qoidalari deb ataluvchi qoidalarni ko‘rsatish mumkin.

m ta elementli A to‘plam va n ta elementli B to‘plamlar berilgan bo‘lib, ular kesishmasin. Qo‘shish qoidasiga ko‘ra, A yoki B to‘plamga tegishli bo‘ladigan birorta elementni tanlash imkoniyatlari soni $(m + n)$ ga tengdir. Bu qoida “Yoki” qoidasi deb ham ataladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati

1. To’rayev X., Azizov I., Otakulov S. Kombinatorika va graflar nazariyasi. T.: 2009. 72-147 betlar.
2. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М.: 1986. 50-146 st.
3. To’rayev X.T., Matematik mantik va diskret matematika. T.: 2003. 71-146 b.
4. Ismailov Sh., Axmedov O., Ro’ziboyev M. “Matematikadan olimpiada testlari”, Toshkent-2008y., 17-29 betlar.
5. *Р.Сменли.* Перечислителбная комбинаторика.М., Мир, 1990. 70-144 st.
6. *А.Кофман.*Введение в прикладную Комбинаторику. М., Наука, 1975. 51-165 st.
7. www.mccmi.ru
8. www.intuit.ru

ISSN 2181-2632 www.involta.uz